

Referat zelluläre Automaten

Uni Köln
Sprachliche Informationsverarbeitung
Institut für Linguistik

Wintersemester 2004/05
Informationsmanagement Teil 3 (BIT III)
C. Schulz

Referent: T. Ahmed
15.12.2004

Was kommt?

- ▶ Eine erste Annäherung
- ▶ Geschichte
- ▶ Definition im Sinne der Automatentheorie
- ▶ Parameter von zellulären Automaten
- ▶ Game of Life
- ▶ Anwendungen in der Wissenschaft
- ▶ Literatur
- ▶ Webseiten

Zelluläre Automaten? Was ist das?

- ▶ diskretes Modell (bzgl. Zeit und Raum)
- ▶ unendlicher n-dimensionaler Raum, eingeteilt in Zellen
- ▶ beliebte Analogie: Schachbrett
- ▶ Jede Zelle kann eine endliche Anzahl verschiedener Zustände annehmen
- ▶ Zustand zum Zeitpunkt t ist eine Funktion der Zustände der Nachbarzellen zum Zeitpunkt $t-1$
- ▶ Zustände aller Zellen verändern sich pro Zeiteinheit gemeinsam
- ▶ Nachbarzellen sind orthogonal und evtl. diagonal anliegende Zellen, teilweise auch die Zelle selbst

Geschichte

- ▶ 1966: John von Neumann „erfindet“ zelluläre Automaten in einer Studie selbstreplizierender Systeme.
- ▶ Entwickelt 2-dimensionalen Automaten mit 29 Zuständen pro Zelle.
- ▶ Beweist, dass der Automat sich bei einer bestimmten Anfangskonfiguration endlos selbst kopiert

Geschichte

- ▶ 1969: Konrad Zuse publiziert *Rechnender Raum*
- ▶ Schlägt hier vor, dass das Universum diskret erklärt werden kann und verwendet als Modell einen zellulären Automaten

Geschichte

- ▶ 1970: John Conway erfindet Game of Life und verschafft zellulären Automaten damit große Popularität.
- ▶ Conway setzt einen Preis von 50\$ für den aus, der eine Konfiguration für das Game of Life findet, welche unendlich wächst
- ▶ Mehr zum Game of Life später ...

Geschichte

- ▶ ... seitdem wird weiter an zellulären Automaten geforscht, aber sie sind etwas aus dem öffentlichen wissenschaftlichen Interesse verschwunden
- ▶ Aufmerksamkeit erregte allerdings ein 2002 publiziertes Buch von Stephen Wolfram: „A New Kind of Science“.
- ▶ Stephen Wolfram, Erfinder des Programms Mathematica, beschäftigt sich seit den 80-er Jahren hauptamtlich mit zellulären Automaten.
- ▶ Wolfram ist eine etwas dubiose Figur, aber das merkt man, wenn man 3 Seiten seines Buchs gelesen hat...

Reviews von „A New Kind of Science“:

http://www.math.usf.edu/~eclark/ANKOS_reviews.html

Was haben zelluläre Automaten mit Automaten zu tun?

- ▶ Zelluläre Automaten sind ungewöhnliche Automaten!

Warum?

Was hat das mit Automaten zu tun?

► Zur Erinnerung - ein deterministischer Automat mit Ausgabe ist definiert durch:

- **ein Alphabet von Eingabezeichen**

$$T = \{t_1, t_2, t_3, \dots\}$$

- **eine abzählbare Menge von Zuständen**

$$S = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$$

- **eine eindeutige Übergangsfunktion**

$$f: T \times S \rightarrow S$$

- **ein Alphabet von Ausgabezeichen**

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, \dots\}$$

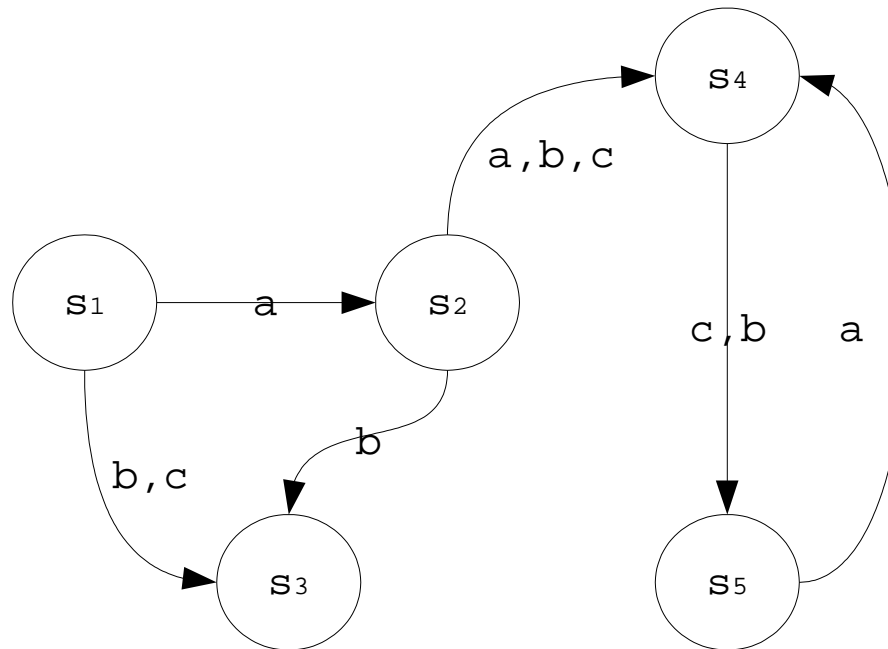
- **eine Abbildung**

$$g: T \times S \rightarrow Y \text{ (Mealy) bzw. } g: S \rightarrow Y \text{ (Moore)}$$

- ... und ein Startzustand s_0 und akzeptierende Zustände, aber die vergessen wir jetzt mal

Was hat das mit Automaten zu tun?

- ▶ Ein deterministischer Automat sieht z.B. so aus:



Was hat das mit Automaten zu tun?

- ▶ Wie kann das auf einen zellulären Automaten übertragen werden?

Was hat das mit Automaten zu tun?

Die **Zustände S** ergeben sich durch das Aussehen des CA zum jeweiligen Zeitpunkt t:

$$S = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$$

sind also alle Belegungsmöglichkeiten der Zellen des Automaten. Diese sind abzählbar, aber nicht wirklich endlich. Das ist in der Definition eines Automaten aber auch nicht gefordert.

Übrigens: Es handelt sich um einen Moore-Automaten, denn das Ausgabezeichen hängt nur vom gegenwärtigen Zustand ab:

$$g: S \rightarrow Y \text{ (Moore)}$$

Was hat das mit Automaten zu tun?

Die möglichen **Eingabezeichen T** ergeben sich durch das Aussehen des CA zum jeweiligen Zeitpunkt t:

$$T = \{t_1, t_2, t_3, \dots\}$$

sind also alle Belegungsmöglichkeiten der Zellen des Automaten. Diese sind abzählbar, aber nicht wirklich endlich. Das ist in der Definition eines Automaten aber auch nicht gefordert.

Übrigens: Es handelt sich um einen Mealy-Automaten, denn das Ausgabezeichen hängt auch vom gegenwärtigen Eingabezeichen ab:

$$g: T \times S \rightarrow Y \text{ (Mealy)}$$

Was hat das mit Automaten zu tun?

▶ ja, wie ?! ...

Was hat das mit Automaten zu tun?

Ist die **Übergangsfunktion f** dann also:

$$f: T \times S \rightarrow S \quad ???$$

dann also auch

$$f: S \times S \rightarrow S \quad ???$$

oder

$$f: S \rightarrow S \quad ???$$

Denn

$$T == S$$

Was hat das mit Automaten zu tun?

Eigentlich bestimmt ja jeder Zustand eines CA seinen Nachfolgezustand – dies ergibt sich ja auch irgendwie zwangsläufig aus der Behauptung, dass

$$f: S \rightarrow S$$

Denn solange der Automat deterministisch ist

Was hat das mit Automaten zu tun?

... übrigens etwas, auf das wir uns glaube ich einigen können ...

Was hat das mit Automaten zu tun?

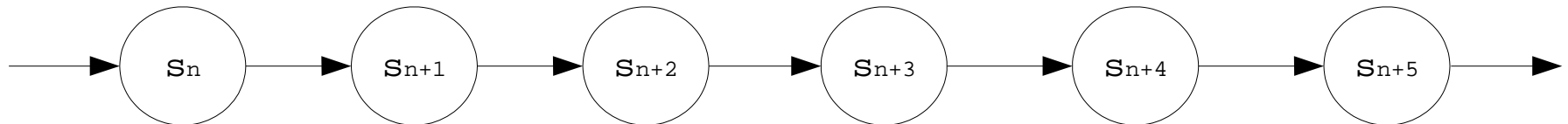
Eigentlich bestimmt ja jeder Zustand eines CA seinen Nachfolgezustand – dies ergibt sich ja auch irgendwie zwangsläufig aus der Behauptung, dass

$$f: S \rightarrow S$$

Denn solange der Automat deterministisch ist, bleibt bei der Äquivalenz von T und S ja nichts anderes übrig.

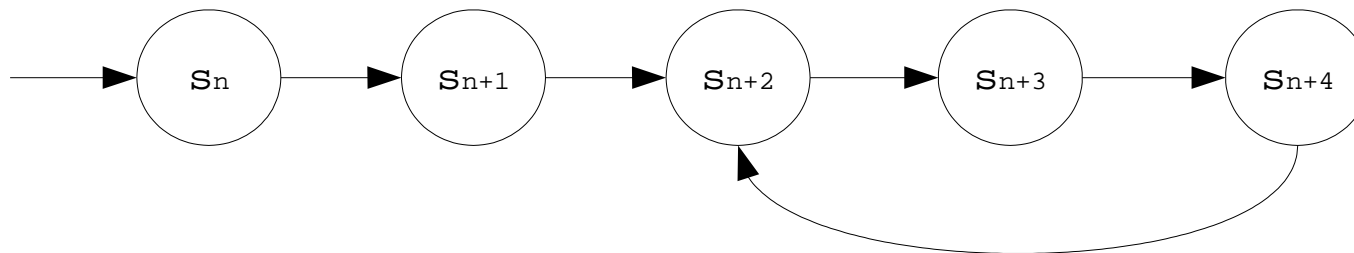
Fazit?

- ▶ Ein zellulärer Automat ist eine ziemlich langweilige Angelegenheit!
- ▶ Nämlich in etwa so eine:



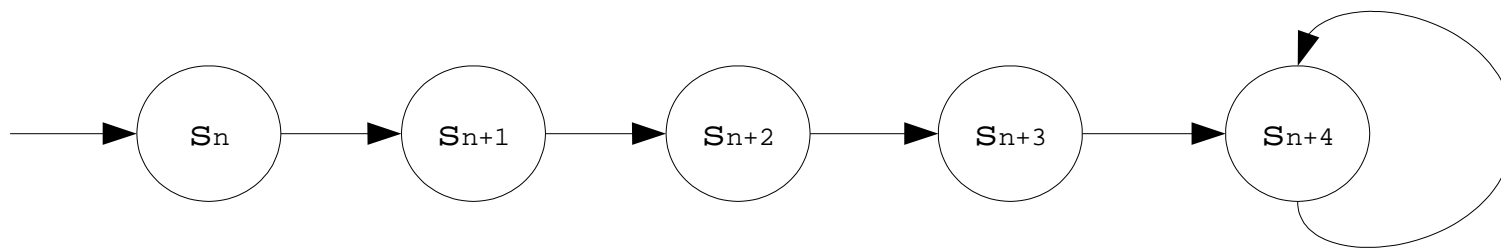
Fazit?

► Oder so eine:



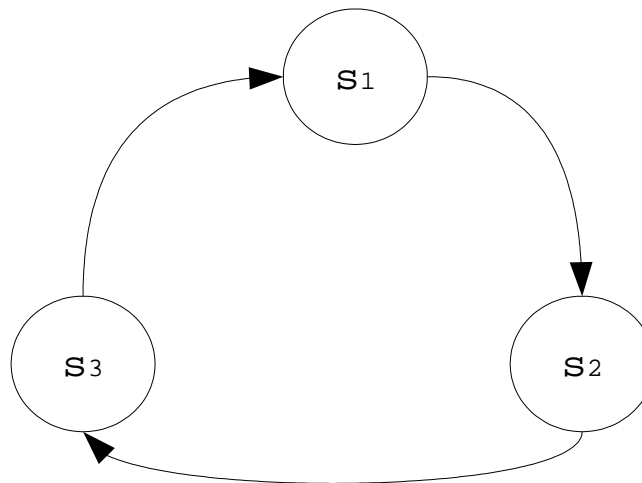
Fazit?

► Oder so eine:



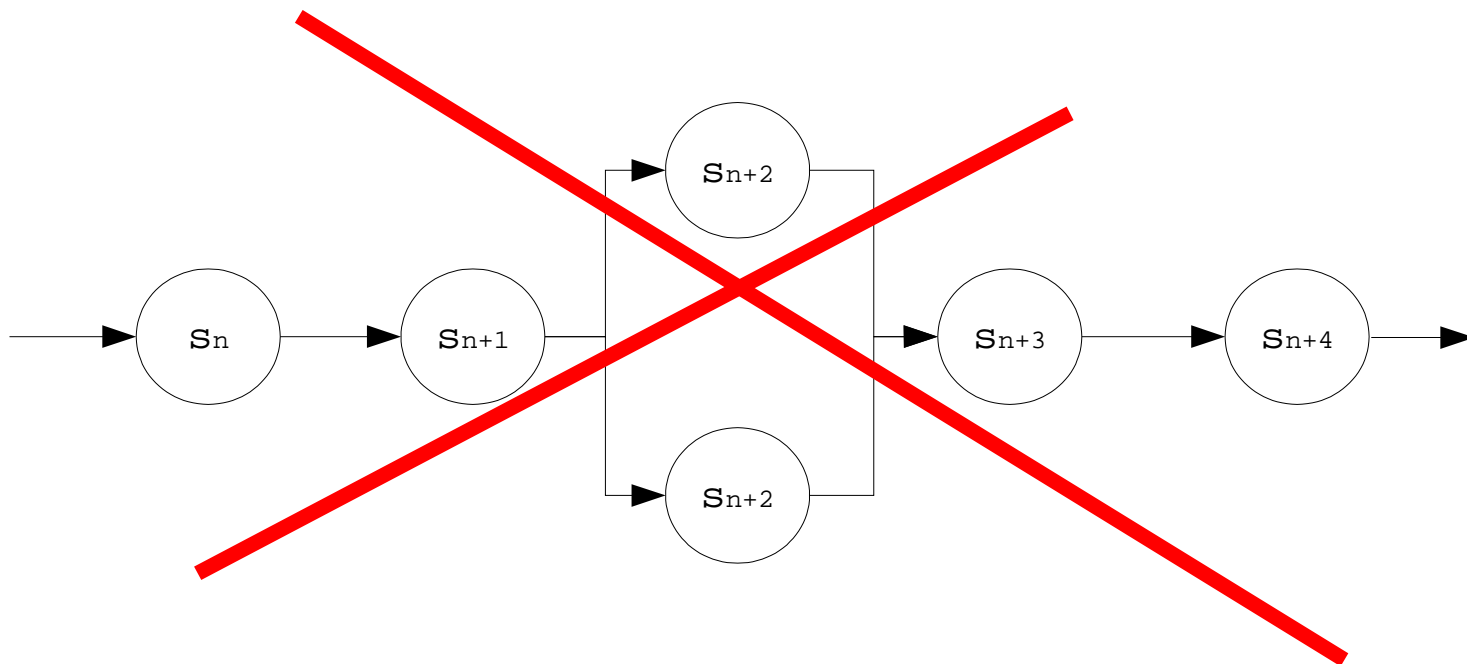
Fazit?

► Oder so etwas:



Fazit?

- ▶ Wir sehen auch, dass ein CA ein deterministischer und nicht ein nicht-deterministischer Automat ist, denn so etwas kommt nicht vor:

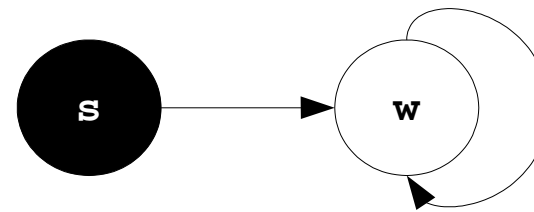
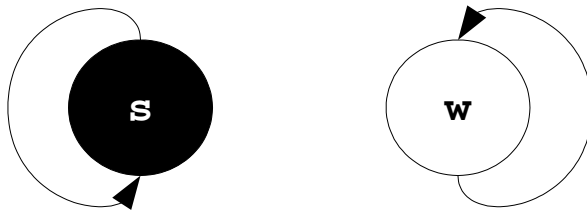
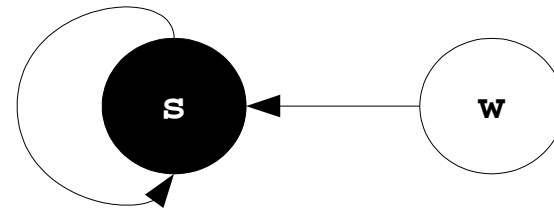
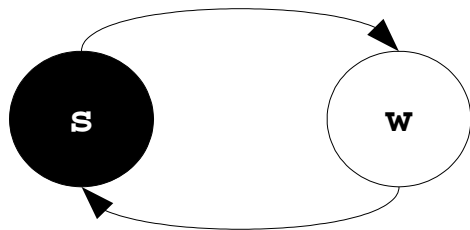


Woran lässt sich drehen? Parameter von CA

- ▶ Anzahl der Dimensionen
- ▶ Anzahl der Zustände
- ▶ Als Spezialfall: Einbeziehung des Zustands einer Zelle selbst in die Berechnung des neuen Zustands (oder nicht)
- ▶ Definition des Begriffs Nachbarschaft
- ▶ „statische“ vs. „mobile“ Automaten
- ▶ Anfangsbelegung des Raums
- ▶ ...

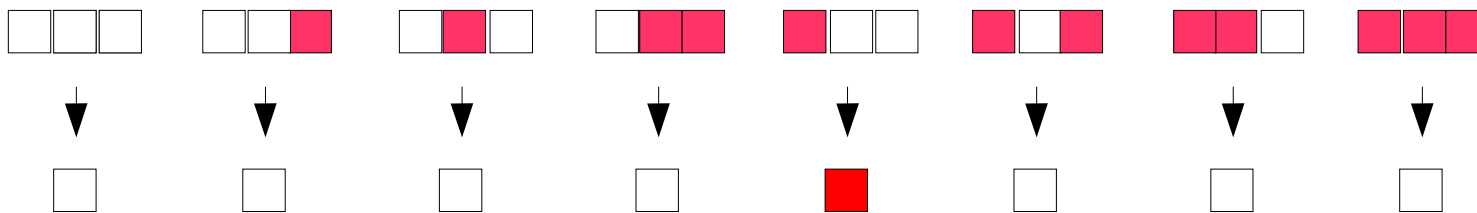
Wie wirkt sich eine Parametrisierung praktisch aus?

- ▶ Z.B.: Die Parameter „Dimension“ oder „Anzahl der Zustände pro Zelle“
- ▶ Nehmen wir 2 Zustände pro Zelle und einen 0-dimensionalen zellulären Automaten ...
- ▶ Dann gibt es 4 (2^2) mögliche Automaten



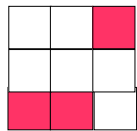
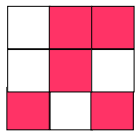
Wie wirkt sich eine Parametrisierung praktisch aus?

- ▶ Nehmen wir 2 Zustände pro Zelle und einen 1-dimensionalen zellulären Automaten ...
- ▶ Dann gibt es 2^8 Automaten ...



Wie wirkt sich eine Parametrisierung praktisch aus?

- ▶ Nehmen wir 2 Zustände pro Zelle und einen 2-dimensionalen zellulären Automaten ...
- ▶ Dann gibt es 2^{512} Automaten ...



etc.

Wie wirkt sich eine Parametrisierung praktisch aus?

- ▶ Nehmen wir 2 Zustände pro Zelle und einen 3-dimensionalen zellulären Automaten ...
- ▶ Dann gibt es $2^{134217728}$ Automaten ...

Wie wirkt sich eine Parametrisierung praktisch aus?

- ▶ Die Anzahl der möglichen Automaten hängt an der Anzahl der möglichen Zustände pro Zelle und der Dimension.
- ▶ Sei z die Anzahl der Zustände pro Zelle und d die Dimension, so ergibt sich die Anzahl der möglichen Automaten nach der Formel:

$$z^{z^{3^d}}$$

- ▶ Das wird ziemlich schnell ziemlich viel und erklärt vielleicht, warum man sich hauptsächlich mit 1- und 2-dimensionalen Automaten beschäftigt ...

Woran lässt sich drehen? Parameter von CA

- ▶ Anzahl der Dimensionen
- ▶ Anzahl der Zustände
- ▶ Als Spezialfall: Einbeziehung des Zustands einer Zelle selbst in die Berechnung des neuen Zustands (oder nicht)
- ▶ Definition des Begriffs Nachbarschaft
- ▶ „statische“ vs. „mobile“ Automaten
- ▶ Anfangsbelegung des Raums
- ▶ ...

Game of Life

- ▶ Erfunden 1970 von John Conway
- ▶ War eine Weile sehr populär
- ▶ Es gibt immer noch eine Vielzahl von Webseiten dazu

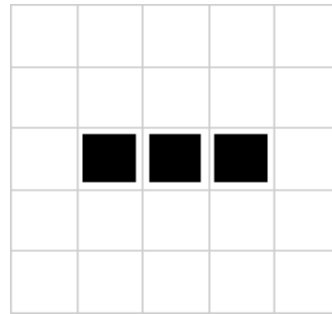
Game of Life: Was ist das?

- ▶ 2-dimensionaler zellulärer Automat
- ▶ „0-Spieler-Spiel“
- ▶ drastische Vereinfachung der Regelbildung für zelluläre Automaten

▶ Regeln:

- Nachbarn sind die orthogonal und diagonal anliegenden Zellen. Der Zustand der Zelle selbst ist irrelevant.
- Jede Zelle kann 2 Zustände haben: „lebend“ oder „tot“
- Eine tote Zelle mit genau 3 Nachbarn wird lebendig
- Eine lebende Zelle mit 2 oder 3 Nachbarn bleibt am Leben
- In allen anderen Fällen stirbt die Zelle

Game of Life



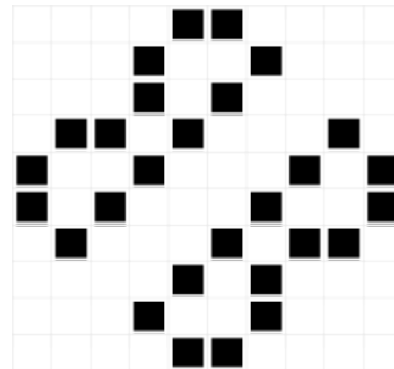
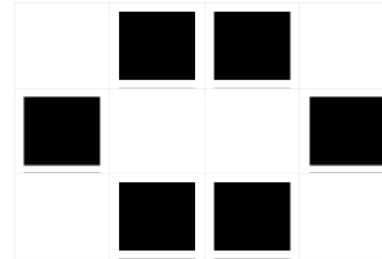
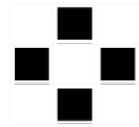
Game of Life: Kleine Typologie

► Einige Klassen von Mustern im Game of Life sind:

- Still Lifes
- Oscillators
- Gliders/Spaceships
- Methuselahs
- Spacefillers

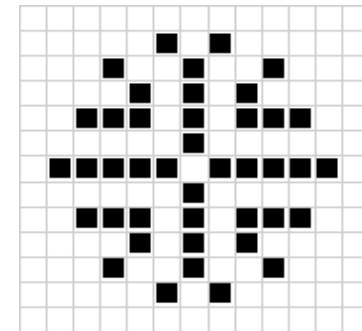
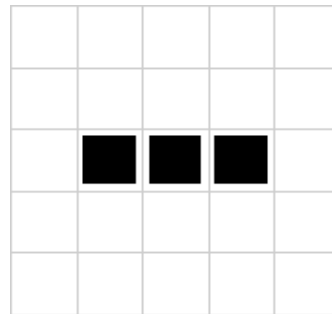
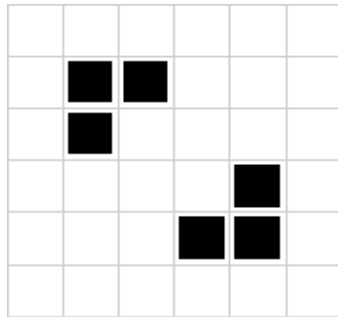
Game of Life: Still lifes

- ▶ Muster, die sich nicht mehr verändern



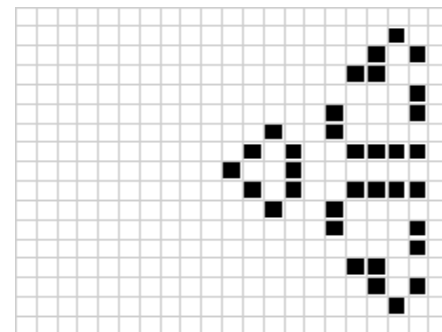
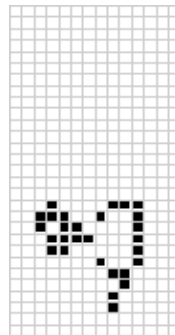
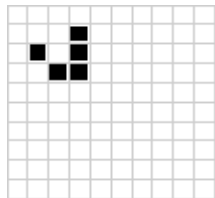
Game of Life: Oscillators

- ▶ Muster, die sich periodisch ändern



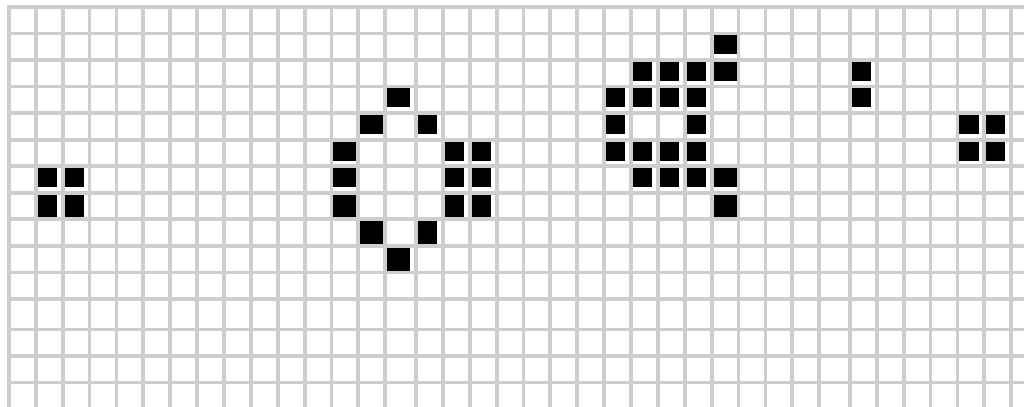
Game of Life: Gliders/Spaceships

- ▶ Muster, die sich periodisch ändern und dabei ihre Position verändern



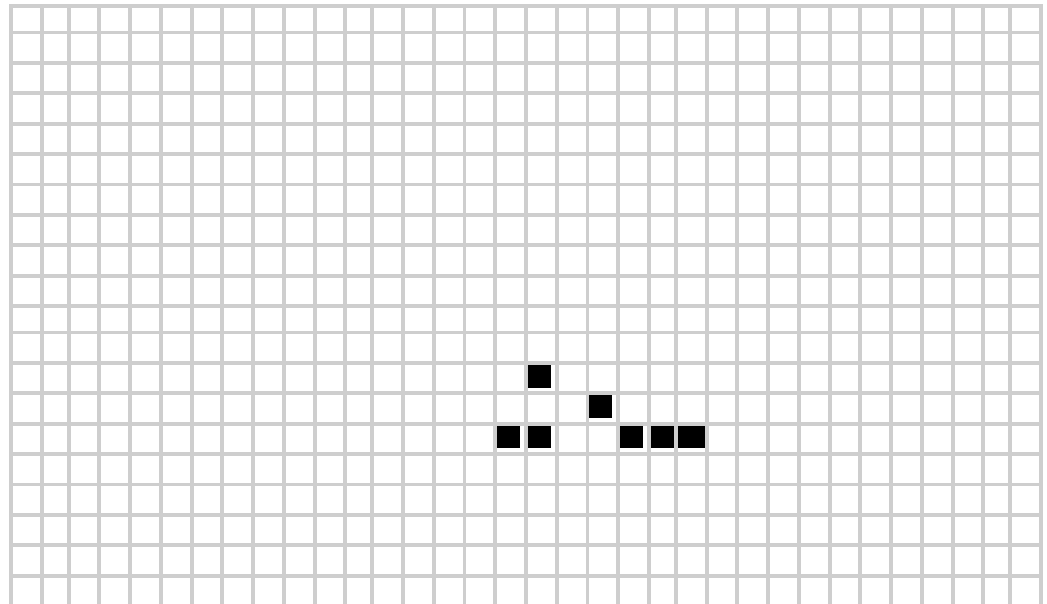
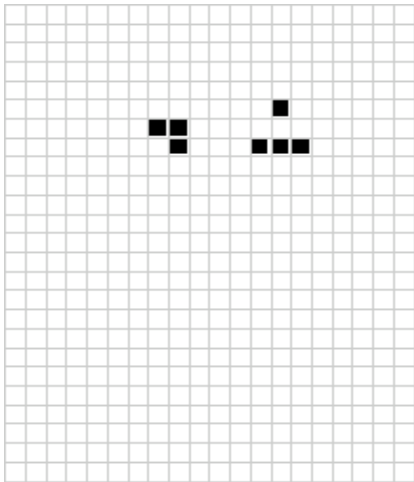
Game of Life: Gliderguns

- ▶ Muster, die Glider generieren: Automaten, in denen die Population unendlich zunimmt



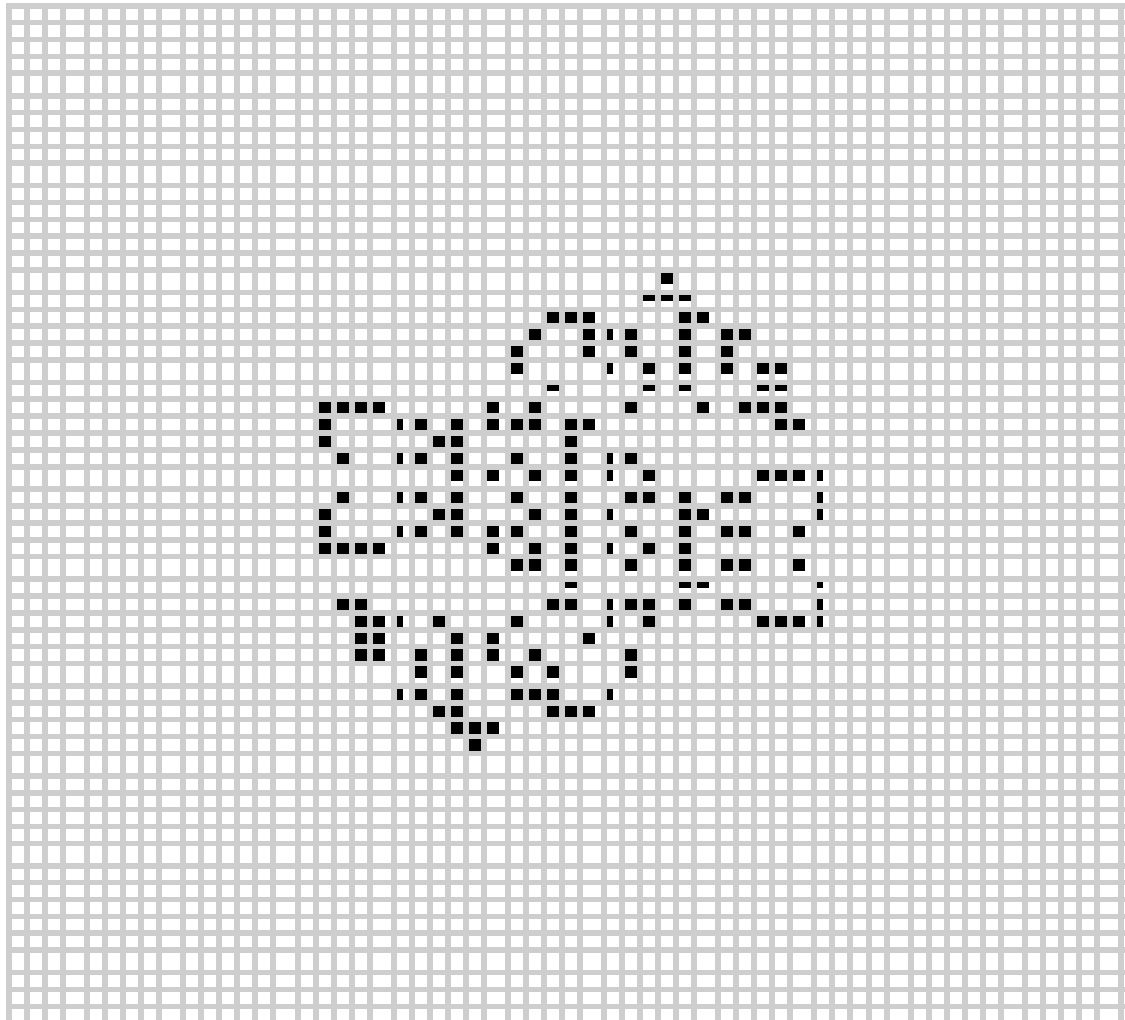
Game of Life: Methuselahs

- ▶ Muster, die sich über viele Generationen entwickeln und letztendlich sterben oder sich zu einem Oszillator stabilisieren



Game of Life: Spacefillers

- ▶ Muster, die quadratisch wachsen und den vorhandenen Raum dabei füllen



Game of Life: Und was noch?

- ▶ Variationen mit veränderten Regeln. Dabei hat sich folgende Schreibweise etabliert:

Stirbt nicht/wird geboren, z.B.

23/3	Game of Life
23/36	High Life
34678/3678	Day & Night

(etc. s. Wikipedia)

Game of Life: Turingmaschinen

- ▶ Es ist möglich, mit dem Game of Life eine Turingmaschine zu bauen.
- ▶ Bei geschickter Konfiguration können Zähler simuliert oder komplexe Konfigurationen konstruiert werden
- ▶ Selbstreplikation ist auch möglich

Wozu sind CA gut? Informatik

- ▶ Turingmaschine
- ▶ selbstreproduzierende Systeme
- ▶ Logikschaltungen
- ▶ Ähnlichkeitsanalyse

Wozu sind CA gut? Kryptographie

- ▶ Sequenz von Bits und darauf angewandte Regel als 1-dimensionaler CA.

Wozu sind CA gut? Mathematik

- ▶ Erforschung diskreter Systeme

Wozu sind CA gut? Physik

- ▶ Digitale Physik
- ▶ Das Universum als CA

Wozu sind CA gut? Chemie

- ▶ Modellierung von Reaktions-Diffusionssystemen

Wozu sind CA gut? Biologie

- ▶ Modellierung von Ökosystemen

Aber: Probleme mit

Synchronizität

Gleicher Größe der Zellen

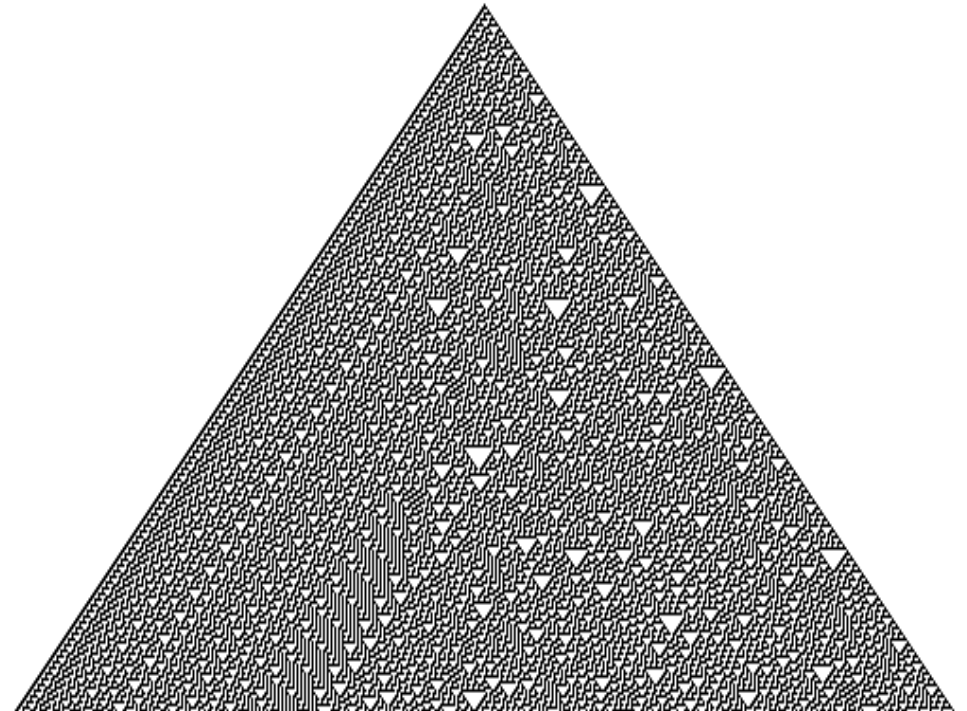
Auflösung des Raumes

Kontinuierliches vs. Diskretes System

- ▶ Modellierung von Insektenverhalten?

Ameisen?

Wozu sind CA gut? Muscheln färben



Conus textile

Wozu sind CA gut? Medizin

- ▶ „kardiovaskuläre Modellierung“
- ▶ Übertragung von Krankheiten

Wozu sind CA gut? Geographie

- ▶ Stadtentwicklung
- ▶ Besiedelung
- ▶ Verkehrssimulation

Fazit

- ▶ Erste Annäherung
- ▶ Geschichte
- ▶ automaten-theoretische Definition
- ▶ Parameter
- ▶ Game of Life
- ▶ Anwendungsgebiete

Literatur

- "Ficties (Fiktive Städte): Eine Stadtbausimulation" in Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar Heft 2.1990 (with F.Viola)
- K.Preston, M.J.B.Duff - Modern Cellular Automata. Theory and Applications. Plenum Press, London, 1984.
- von Neumann, J., 1966, The Theory of Self-reproducing Automata, A. Burks, ed., Univ. of Illinois Press, Urbana, IL.
- Wolfram, Stephen, 2002, A New Kind of Science, Wolfram Media, Champaign, IL, USA.
- Zuse, Konrad, 1967, Rechnender Raum, Elektronische Datenverarbeitung, Vol. 8, S. 336-344.
- Zuse, Konrad, 1969, Rechnender Raum, Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig.

Webseiten

- Cellular Automata: <http://cell-auto.com/>
- Collections of Rewiews of A New Kind of Science: http://www.math.usf.edu/~eclark/ANKOS_reviews.html
- Conway's Game of Life: <http://www.ibiblio.org/lifepatterns/>
- Digital Philosophy: <http://digitalphilosophy.org/>
- Digital Physics: <http://digitalphysics.org/>
- Eric Weisstein's Treasure Trove of the Life CA: <http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/life/>
- Jason's Life Page: <http://entropymine.com/jason/life/>
- Modern Cellular Automata: <http://www.collidoscope.com/modernca/>
- SelfGoL: <http://libarynth.f0.am/cgi-bin/twiki/view/Libarynth/SelfGOL>
- Telepolis – Zelluläre Automaten:
<http://www.heise.de/tp/deutsch/html/result.xhtml?url=/tp/deutsch/special/robo/6219/1.html&words=Stephen%20Wolfram>
- Telepolis – Das Lebensspiel und andere Gitterautomaten: <http://www.heise.de/tp/r4/artikel/6/6220/1.html>
- The CA FAQ: <http://cafaq.com/>
- The Life Lexicon: <http://www.bitstorm.org/gameoflife/lexicon/>
- The New Isle Ex CA Explorer: <http://jmge.net/java/csprings/>
- Wikipedia – Cellular Automaton: http://en.wikipedia.org/wiki/Cellular_automata
- Wikipedia – Game of Life: http://en.wikipedia.org/wiki/Conway%27s_Game_of_Life
- Wikipedia – Garden of Eden Pattern: http://en.wikipedia.org/wiki/Garden_of_Eden_pattern#General_consequences
- Wireworld: <http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/ai-repository/ai/areas/ca/systems/wirewrlld/0.html>
- Wolfram – A New Kind of Science: <http://www.wolframscience.com/nksonline/toc.html>
- Wonders Of Math – Game of Life: <http://www.math.com/students/wonders/life/life.html#help>
- Zuses Thesis – The Universe is a Computer: <http://www.idsia.ch/~juergen/digitalphysics.html>